Istituzioni II Prima Parte

(7 aprile 2009)

SOLUZIONI

$\boxed{1}$

a) $f : R^3 \to R^3$ è iniettiva per $k \neq 1$;

b) $ker(f) = \{x \in R^3 : x = t(1, -1, 0)\}$, dim $ker(f) = 1$, base $ker(f) = \{(1, -1, 0)\}$;

c) $k \neq 1$: $f^{-1}(3, 1, 0) = (\frac{-3k^2+2k-9}{2(k-1)}, \frac{3k+7}{2(k-1)}, \frac{3}{2})$;
$k = 1$: $f^{-1}(3, 1, 0) = \emptyset$.

$\boxed{2}$ Equazione retta $r : P = t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Equazione piano p: $(P - A) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ quindi: $2x + 2y + z = 0$.

$\boxed{3}$

$\boxed{4}$ La matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile in quanto simmetrica.
$D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Domande

a) Una base per uno spazio vettoriale V è un insieme S di vettori, appartenenti a V, che sono generatori di V e sono linearmente indipendenti.

b) Data $f : V \to W$, si dice nucleo (Ker) di f l'antimmagine del vettore nullo di W ovvero l'insieme dei vettori di V la cui immagine è il vettore nullo di W.

c) Un autovalore di una matrice quadrata A è un numero λ tale che il sistema $Ax = \lambda x$ ha soluzioni diverse dal vettore nullo.

d) L' insieme $S := \{(x, y) \in R^2 : y = 2x - 3\}$ non è sottospazio vettoriale di R^2 perchè non contiene il vettore nullo (è una retta che non passa per l'origine) (oppure perchè non è chiuso rispetto la somma) .

e) I vettori $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 2, 3)$, $v_3 = (2, -1, 1)$ sono linearmente indipendenti in quanto la matrice che li ha per colonne ha determinante diverso da zero e quindi ha rango 3.

f) In R^3, dato il piano p di equazione $-4x + 2y + z = 7$, il punto $A(1, 1, 1)$ non appartiene a p in quanto le sue coordinate non sono soluzioni dell'equazione di p.