

METODI DECISIONALI PER L'AZIENDA A

(21 giugno 2007)

1 Dare la definizione di base di uno spazio vettoriale.

2 Determinare la dimensione dello spazio generato dai vettori:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

3 Dimostrare che se una matrice A è invertibile allora $\det A \neq 0$.

4 Data la seguente funzione lineare $f: R^4 \rightarrow R^3$,

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3, x_2 + x_3 + x_4, x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4),$$
 determinare

- la matrice di rappresentazione di f ;
- l'immagine di f , la sua dimensione ed una sua base;
- il nucleo di f , la sua dimensione ed una sua base.

5 Data la matrice simmetrica $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$, provare che la forma quadratica $Q(x) = x^T \cdot A \cdot x$ è semidefinita positiva.