

ISTITUZIONI II PRIMA PARTE

(7 aprile 2009)

- 1 Data una funzione lineare $f : R^3 \rightarrow R^3$, con la seguente matrice di rappresentazione: $A = \begin{pmatrix} 1 & k & -1 \\ 1 & 1 & k \\ 1 & k & -3 \end{pmatrix}$
- a) stabilire per quali valori di $k \in R$ f è iniettiva;
 - b) per $k = 1$, determinare il nucleo di f , la sua dimensione ed una sua base;
 - c) trovare, al variare di k , $f^{-1}(3, 1, 0)$.
- 2 In R^3 , dati i punti $A(1, -1, 0)$ e $B(2, 2, 1)$ trovare l'equazione cartesiana e l'equazione parametrica del piano p che passa per A ed è perpendicolare alla retta r passante per l'origine e per B .
- 3 Dimostrare che una matrice quadrata A è invertibile se e solo se il suo determinante risulta diverso da zero.
- 4 Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dire se è diagonalizzabile e, in caso affermativo, determinare una matrice diagonale D e una matrice ortogonale T tali che $D = T^{-1}AT$.

Domande

- a) Dare la definizione di base per uno spazio vettoriale.
- b) Dare la definizione di nucleo di una funzione lineare.
- c) Dare la definizione di autovalore di una matrice quadrata A .
- d) Dire se l'insieme $S := \{(x, y) \in R^2 : y = 2x - 3\}$ è sottospazio vettoriale di R^2 .

- e) Stabilire se i vettori $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 2, 3)$, $v_3 = (2, -1, 1)$ sono linearmente indipendenti.
- f) In R^3 , dato il piano p di equazione $-4x + 2y + z = 7$, dire se il punto $A(1, 1, 1)$ appartiene a p .