

Matematica - Facsimile prova d'esame

Istruzioni. Durata della prova 2h15. Non sono ammessi ausili diversi da una calcolatrice. Tutti gli esercizi valgono cinque punti. Altri due punti possono essere assegnati a discrezione del docente per premiare ordine e chiarezza oppure una soluzione molto brillante. Ricordatevi di scrivere cognome, nome e matricola sia sul testo delle prove sia sui fogli utilizzati per rispondere che devono essere tutti riconsegnati.

1. Al prezzo unitario di €200 si riescono a vendere 50 notti all'Hotel "Terme". Le vendite calano a 30 notti quando il prezzo passa a €250. L'Hotel Terme offre 60 notti se il prezzo unitario è di €250 ma ne offre solo 20 se il prezzo è di €200.
 - (a) Scrivete le funzioni di domanda e offerta supponendo che siano di tipo lineare. Determinate il prezzo di equilibrio p^* .
 - (b) Se all'agenzia viene riconosciuta una commissione del 10% sul prezzo di ogni notte venduta, quanto riceve nel caso il prezzo fissato sia proprio p^* ?
-

2. Il modello

$$S(t) = 1000e^{-\int_0^t \left(\frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 4} \right) dx}$$

noto come modello di Perks, permette di determinare quanti tra 1000 coetanei sono in vita all'età t .

Determinare quanti di questi coetanei moriranno tra il trentesimo ed il trentacinquesimo anno di età.

3. Sia y definita implicitamente dall'equazione $\ln(y + x) = y$ come funzione di x .
 - (a) Determinate $y' = \frac{dy}{dx}$ e $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$.
 - (b) Determinate l'approssimazione lineare di y nel punto $x = e - 1, y = 1$.
-

4. Data una funzione f definita su tutta la retta reale e derivabile, sia F la funzione così definita:

$$F(x,y) = y^2 f(x/y).$$

Determinate il dominio di F . Provate che esiste una costante k tale che

$$xF'_1(x,y) + yF'_2(x,y) = kF(x,y).$$

5. La funzione di utilità da massimizzare è definita da $u(x,y) = 2xy + 3x$ sotto il vincolo di bilancio $x + 2y = 83$.

- (a) Risolvete il problema.
- (b) Se aumenta la costante nel vincolo di bilancio, il valore ottimo assunto dalla funzione di utilità cambia? Se sì, in che modo?
-

6. I 300 alberghi della regione *QuiSiStaBenino* sono classificati secondo quattro categorie: buono, sufficiente, insufficiente, gravemente insufficiente. Gli alberghi che ottengono una classificazione almeno sufficiente sono 230. Gli alberghi i cui servizi sono valutati con il giudizio buono o insufficiente sono 150. Il numero di alberghi insufficienti è inferiore di 80 unità al numero di quelli giudicati sufficienti. Dite, senza necessariamente individuarla, se la classificazione è ben definita. In caso affermativo, determinate la classificazione.